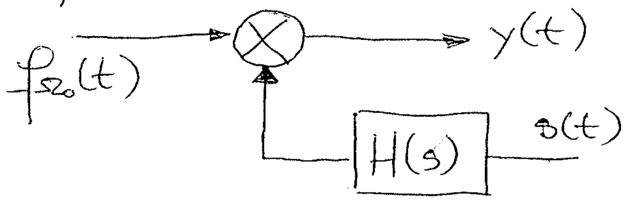
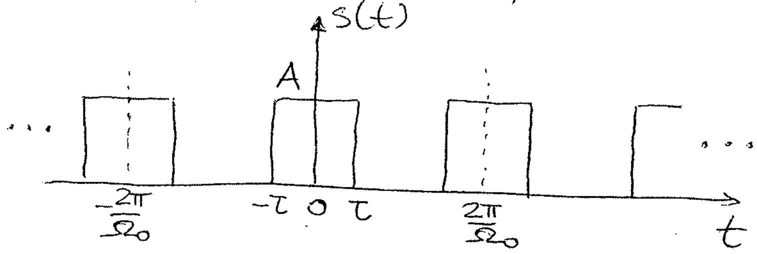
CONCURSUL PROFESIONAL „TUDOR TĂNĂSESCU"

Faza națională - martie 2009, secțiunea SCS

Problema 1 (UTI)

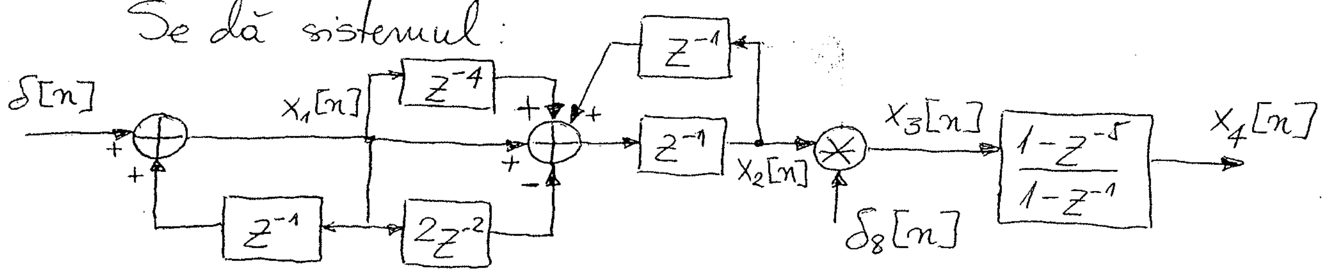
Să se determine ce condiție trebuie să îndeplinească τ și $H(s)$ pentru ca semnalul de bandă limitată, Ω_0, $f_{\Omega_0}(t)$ să poată fi recuperat printr-o prelucrare ulterioară din $y(t)$ și în ce mod. Semnalul $s(t)$ din figură este periodic, de perioadă $T = \frac{2\pi}{\Omega_0}$.





Problema 2 (UGAL)

Se dă sistemul:



unde $\delta_8[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-8k]$

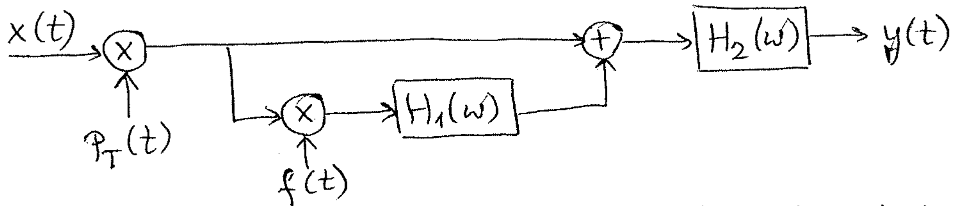
a) Să se determine expresiile semnalelor $x_1[n]$ și $x_2[n]$.

b) Să se reprezinte grafic modulul și faza transformatei Fourier în timp discret pentru semnalul $x_2[n]$.

c) Să se determine și să se reprezinte grafic semnalele $x_3[n]$ și $x_4[n]$.

Problema 3 (UTCN)

Se consideră schema-bloc:



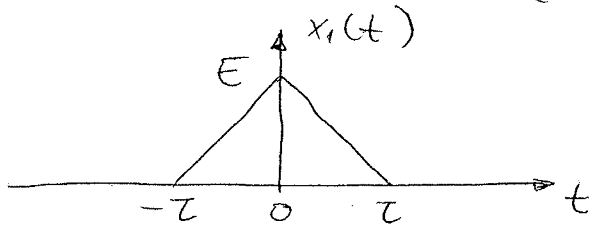
unde $x(t)$ este un semnal de bandă limitată (ω_0); $p_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t-kT)$, unde $p(t) = \delta(t) + \delta(t-\Delta)$, $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, $0 < \Delta < \frac{T}{2}$; $f(t)$ este un semnal periodic, de perioadă T, cu $f(0) = a$ și $f(\Delta) = b$; $a, b \in \mathbb{R}$. Sistemele H_1 și H_2 au funcțiile de transfer:

$$H_1(\omega) = \begin{cases} j, & \omega \geq 0 \\ -j, & \omega < 0 \end{cases} \quad ; \quad H_2(\omega) = \begin{cases} K, & |\omega| \leq \omega_0 \\ 0, & |\omega| > \omega_0 \end{cases}, \quad K = \text{constantă}$$

1) Determinați și reprezentați transformata Fourier (modul și fază) a semnalului $p(t)$.
2) Determinați transformata Fourier a semnalului $p_T(t) \cdot f(t)$, în funcție de a și b.
3) Determinați parametrii a, b și K, în funcție de ω_0 și Δ, astfel încât $y(t) = x(t)$, oricare ar fi $x(t)$ de bandă limitată și oricare ar fi Δ, $0 < \Delta < \frac{T}{2}$.

Problema 4 (UPB)

Se consideră semnalul $x_1(t)$ din figură:



$E = 1V$, $\tau = 1ms$

a) Să se determine transformata Fourier a semnalului $y_1(t)$, unde $y_1(t) = x_1(t)\cos\Omega_0 t$, cu $F_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = 100kHz$. Să se reprezinte grafic $y_1(t)$ și spectrul de amplitudini pentru $y_1(t)$.

b) Fie $x_2(t) = x_1(t) * \delta_T(t)$, unde $T = 4ms$. Să se reprezinte grafic semnalul $y_2(t) = x_2(t)\cos\Omega_0 t$ și spectrul său de amplitudini.

c) Să se reprezinte grafic $x_{MA}(t) = [A_0 + k_A x_2(t)]\cos\Omega_0 t$ și spectrul său de amplitudini în funcție de frecvența f. Se dau $A_0 = 5V$, $k_A = 4$.

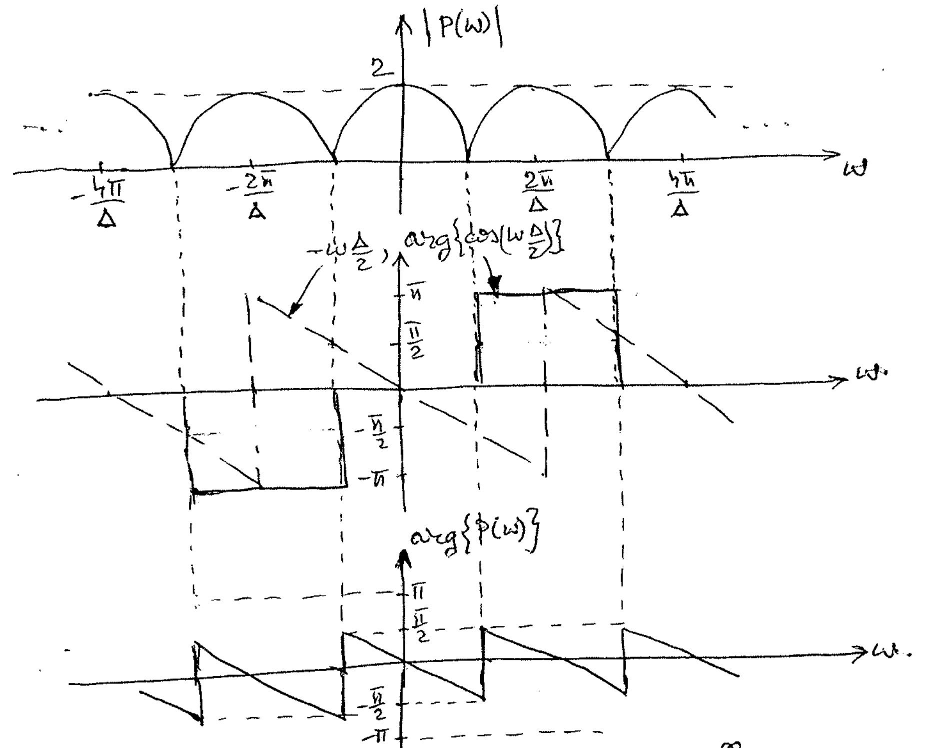
d) Să se calculeze raportul $\eta = \frac{P_u}{P_0}$, unde P_u este puterea utilă a componentelor din benzile laterale cuprinse în lobul principal, iar P_0 puterea componentei spectrale pe frecvența semnalului purtător.

REZOLVARE ȘI BAREM PROBLEMA 3

1p oficiu

1) $P(\omega) = 1 + e^{-j\omega\Delta} = e^{-j\omega\frac{\Delta}{2}}\left(e^{j\omega\frac{\Delta}{2}} + e^{-j\omega\frac{\Delta}{2}}\right) = 2e^{-j\omega\frac{\Delta}{2}} \cdot \cos\left(\omega\frac{\Delta}{2}\right)$ 0,5p

$|P(\omega)| = 2 \cdot \left|\cos\left(\omega\frac{\Delta}{2}\right)\right|$; $\arg\{P(\omega)\} = \arg\left\{\cos\left(\omega\frac{\Delta}{2}\right)\right\} - \omega\frac{\Delta}{2}$. 0,5p



0,5p

0,5p

0,5p

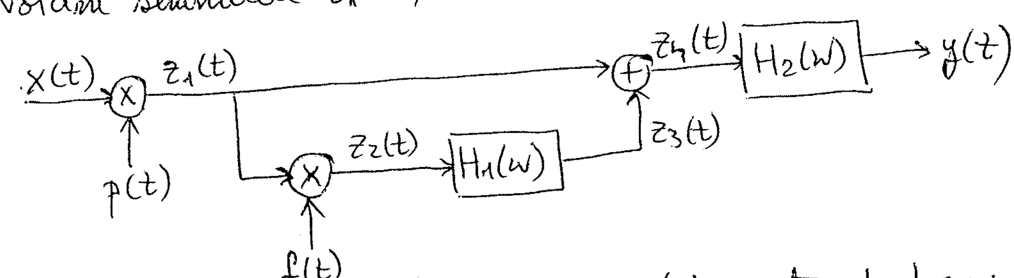
2) $p(t) \cdot f(t) = f(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-kT) + f(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-\Delta-kT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{f(kT)}_{=a} \cdot \delta(t-kT) +$

$+ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{f(\Delta+kT)}_{=b} \delta(t-\Delta-kT) = a \cdot \delta_T(t) + b \cdot \delta_T(t-\Delta)$ 1p

$\mathcal{F}\{\delta_T(t)\} = \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{T}\right)$; $\mathcal{F}\{\delta_T(t-\Delta)\} = \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{T}\right) \cdot e^{-j\omega\Delta}$

$\Rightarrow \mathcal{F}\{p(t) \cdot f(t)\} = \frac{2\pi}{T}\left(a + b \cdot e^{-j\omega\Delta}\right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{T}\right)$ 1p

3) Notăm semnalele $z_1(t), z_2(t), z_3(t), z_4(t)$ conform figurii de mai jos:



Determinăm $Z_1(\omega), Z_2(\omega), Z_3(\omega), Z_4(\omega)$ pentru $|\omega| < \omega_0$, deoarece filtrul $H_2(\omega)$ lasă să treacă doar frecvențele $|\omega| < \omega_0$.

$z_1(t) = p_T(t) \cdot x(t) = x(t) \cdot \delta_T(t) + x(t)\, \delta_T(t-\Delta)$

$\mathcal{F}\{x(t) \cdot \delta_T(t)\} = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_0)$

$\mathcal{F}\{x(t) \cdot \delta_T(t-\Delta)\} = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn\omega_0\Delta} \cdot \delta(\omega - n\omega_0) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_0) e^{-jn\omega_0\Delta}$

$Z_1(\omega)\Big|_{|\omega|<\omega_0} = \frac{1}{T}\left[X(\omega+\omega_0)\left(1+e^{+j\omega_0\Delta}\right) + 2X(\omega) + X(\omega-\omega_0)\left(1+e^{-j\omega_0\Delta}\right)\right]$ 1p

REZOLVARE ȘI BAREM PROBLEMA 3 - CONTINUARE

$$z_2(t) = p_T(t)\cdot f(t)\cdot x(t)$$

$$Z_2(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * \frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(a+be^{-jn\omega_0\Delta})\cdot\delta(\omega-n\omega_0) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}X(\omega-n\omega_0)(a+be^{-jn\omega_0\Delta})$$

$$Z_2(\omega)\Big|_{|\omega|<\omega_0} = \frac{1}{T}\Big[X(\omega+\omega_0)(a+be^{j\omega_0\Delta}) + (a+b)X(\omega) + X(\omega-\omega_0)(a+be^{-j\omega_0\Delta})\Big] \quad (1p)$$

$$Z_3(\omega) = \begin{cases} j\cdot Z_2(\omega), & 0<\omega<\omega_0 \\ -j\cdot Z_2(\omega), & -\omega_0<\omega<0 \end{cases}$$

$$Z_4(\omega) = Z_1(\omega) + Z_3(\omega) = \frac{1}{T}\Big[X(\omega+\omega_0)(1+e^{j\omega_0\Delta} - ja - jbe^{j\omega_0\Delta}) + X(\omega-\omega_0)(1+ e^{-j\omega_0\Delta} + j\cdot a + jbe^{-j\omega_0\Delta}) + \begin{cases} 2-j(a+b)X(\omega), & -\omega_0<\omega<0 \\ 2+j(a+b)\cdot X(\omega), & 0<\omega<\omega_0. \end{cases} \quad (1p)$$

$$Y_4(\omega) = Z_4(\omega)\cdot K$$

Pentru ca $Y(\omega)$ să fie egal cu $X(\omega)$ trebuie ca:

(1) coeficientul lui $X(\omega+\omega_0)$ să fie nul

(2) coeficientul lui $X(\omega-\omega_0)$ să fie nul.

Din (1) $\Rightarrow$ $1+e^{j\omega_0\Delta} - ja - jbe^{j\omega_0\Delta} = 0$ (1p)

Rezultă: $a = \dfrac{1+\cos(\omega_0\Delta)}{\sin(\omega_0\Delta)}$; $b = -\dfrac{1+\cos(\omega_0\Delta)}{\sin(\omega_0\Delta)}$

Se observă că cele două valori verifică și condiția (2) (0,5p)

$$Y(\omega) = \frac{1}{T}X(\omega)\cdot 2K \Rightarrow K = \frac{T}{2}.$$

— o —

Oficiu REZOLVARE ȘI BAREM PROBLEMA 2:

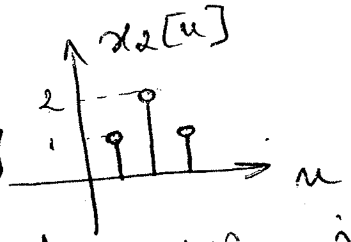
a) $x_1[n] = \delta[n] + x_1[n-1]$

$\longrightarrow \boxed{\frac{1}{1-z^{-1}}} \longrightarrow x_1[n]$

(1p) $\frac{1}{1-z^{-1}}\left(1-2z^{-2}+z^{-4}\right)\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} = z^{-1}+2z^{-2}+z^{-3}\,\delta[n]$

Răspunsul la impuls este

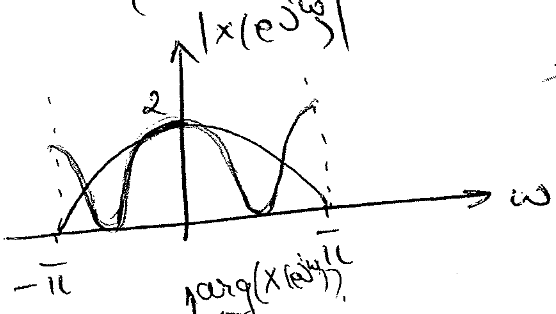
(1p) $x_2[n] = \delta[n-1] + 2\delta[n-2] + \delta[n-3]$



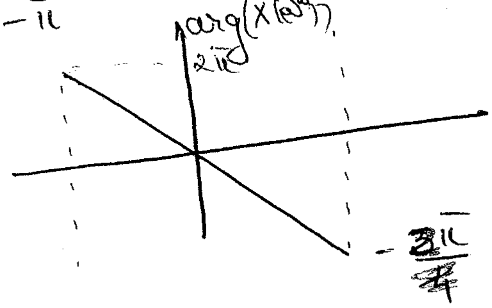
(1p) b) $X_2(e^{j\omega}) = e^{-j\omega}(1+e^{-j\omega})^2 = e^{-j\frac{4\omega}{2}}\left(e^{j\frac{\omega}{2}} + e^{-j\frac{\omega}{2}}\right) = 2e^{-j\frac{3\omega}{2}}\cos\frac{\omega}{2}$

$= 2e^{-2j\omega}(1+\cos 2\omega)$

(1p)

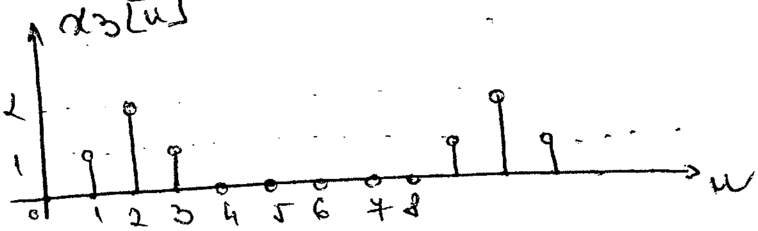


(1p)

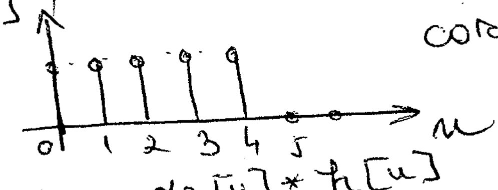


(1p) c) $x_3[n] = x_2[n] * \delta_8[n] = \sum_{k=0}^{\infty} x_2[n]\delta[n-8k] = \sum_{k=0}^{\infty} x_2[n-8k]$

(1p)

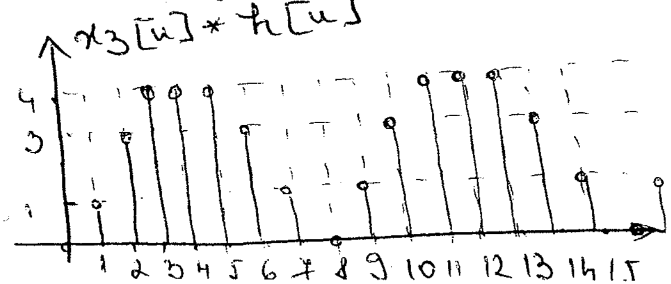


Se observă că $\frac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}}$ corespunde unui răspuns la impuls de forma $h[n]$ care este un filtru FIR



(1p) $x_4[n] = x_3[n] * h[n]$

(1p)



Soluție Problema 1.

1p Anvelopa spectrului semnalului periodic este un sinus atenuat. Dacă $H(s)$ ar fi egal cu unitatea, spectrul semnalului $y(t)$ ar fi constituit din replici scalate și translate ale spectrului lui $f_{\Omega_0}(t)$ la frecvențele $0, \Omega_0, 2\Omega_0, \ldots$

3p Pentru a nu exista suprapuneri între replici este necesar ca $H(0)$ să fie egal cu zero astfel încât componenta continuă a celei de a doua intrări în multiplicator să fie nula și linia spectrală de la $2\Omega_0$ să fie de asemenea nulă, ceea ce implică un factor de umplere egal

3p cu 0,5 adică $T = 4\tau$.

Presupunând că $H(s)$ nu are zerouri pe axa imaginară la multipli de Ω_0, spectrul lui $y(t)$ va conține două replici ale ~~transformatei~~ transformatei Fourier a lui $f_{\Omega_0}(t)$ plasate la $\pm\Omega_0$, recuperarea lui $f_{\Omega_0}(t)$ urmând a fi făcută printr-o detecție

3p. sincronă standard cu purtătoarea Ω_0.

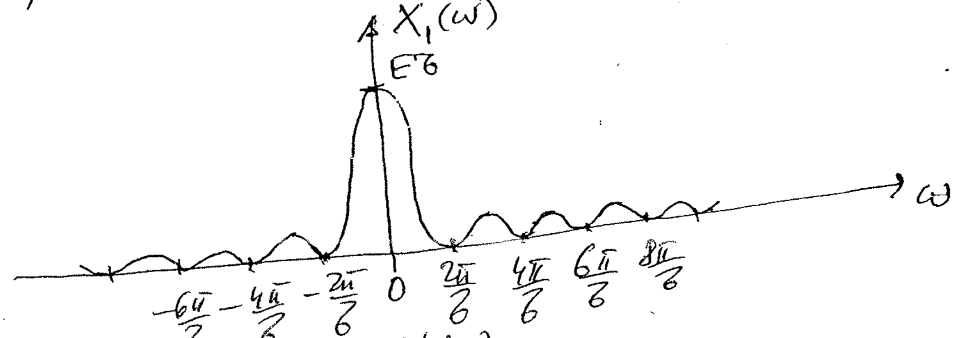
Problema 4. Rezolvare

of (1p)

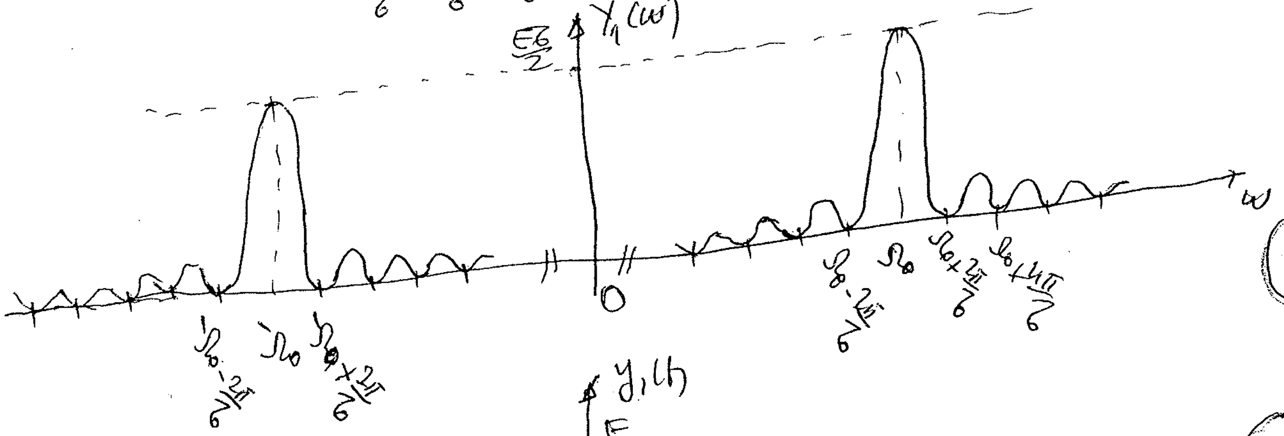
a) $y_1(t) = x_1(t)\cos\Omega_0 t = \frac{1}{2}x_1(t)e^{j\Omega_0 t} + \frac{1}{2}x_1(t)e^{-j\Omega_0 t} \Rightarrow$

$\Rightarrow Y_1(\omega) = \frac{1}{2}X_1(\omega-\Omega_0) + \frac{1}{2}X_1(\omega+\Omega_0)$ unde (0,5p)

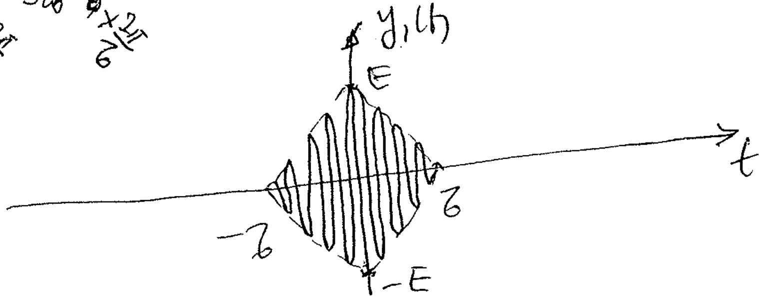
$X_1(\omega) = \mathcal{F}\{x_1(t)\} = E\tau\,\mathrm{sinc}^2\frac{\omega\tau}{2}$



(0,5)

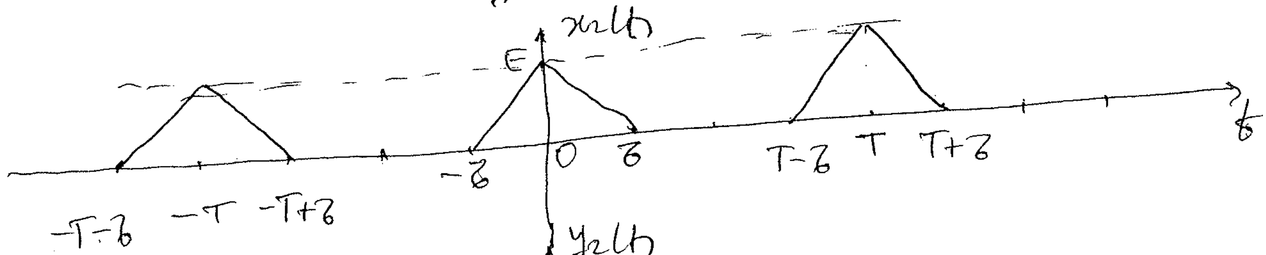


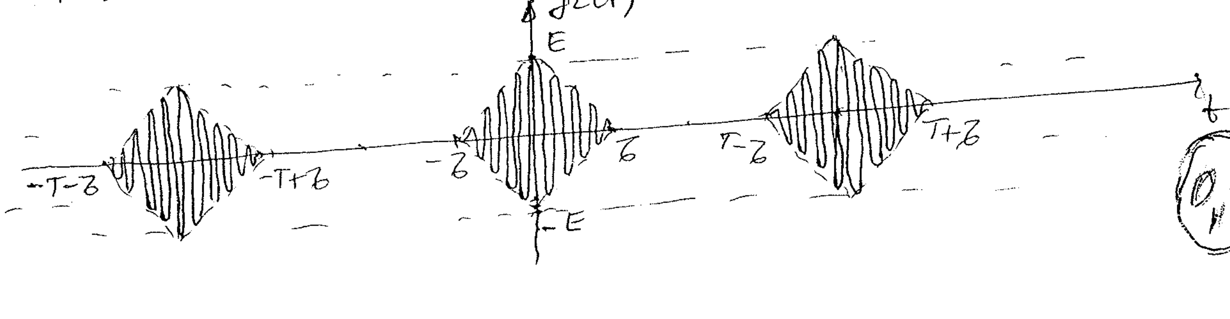
(1p)



(0,5p)

b) $x_2(t) = x_1(t) * \delta_T(t) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_1(t-nT)$ (0,5p)





(0,5p)

$$x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{k} e^{jk\omega_0 t} \quad , \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0$$

$$A_{k} = \frac{1}{T} X_1(k\omega_0) = \frac{E\tau}{T} \operatorname{sinc}^2 \frac{k\omega_0 \tau}{2} = \frac{E}{4} \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4}$$

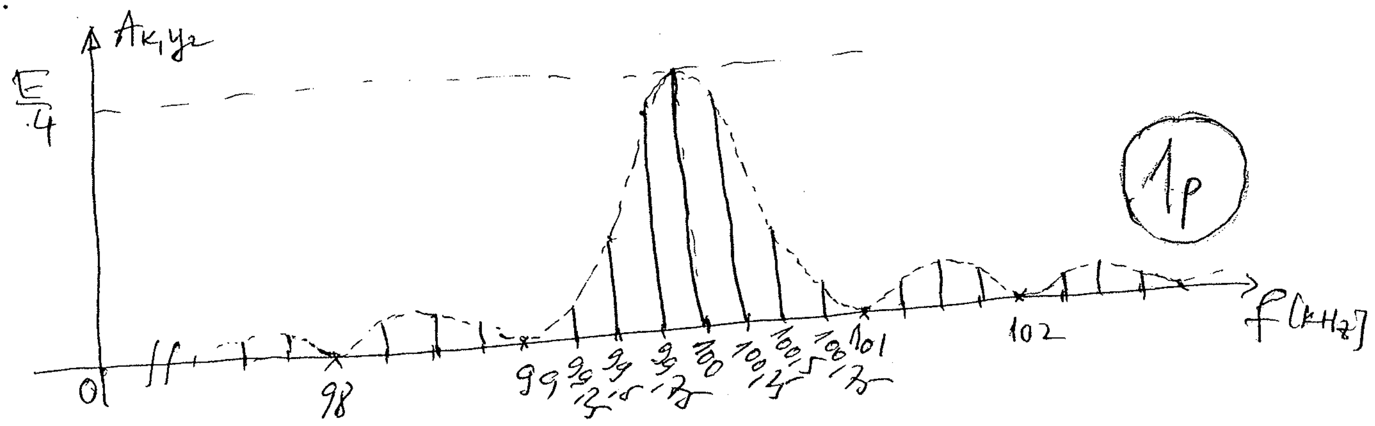
$$x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{E}{4} \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4} e^{jk\omega_0 t} =$$

$$= \frac{E}{4} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{E}{2} \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4} \cos k\omega_0 t$$

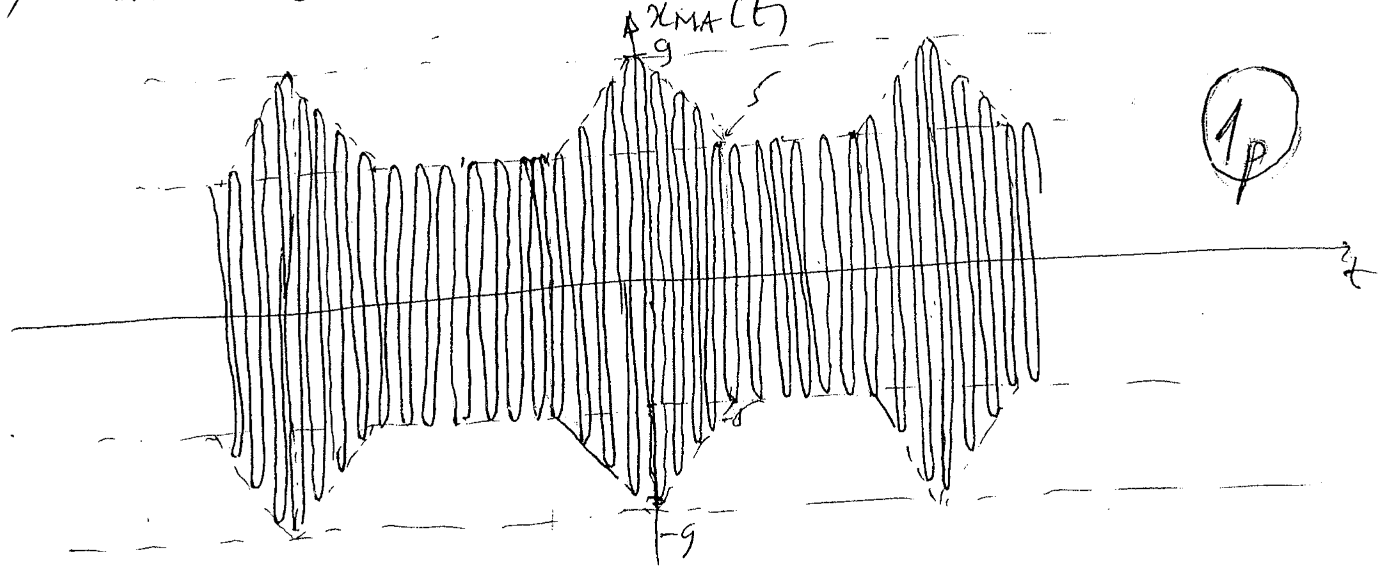
1,5p

$$y_2(t) = x_2(t) \cos \Omega_0 t = \frac{E}{4} \cos \Omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{E}{4} \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4} \cos(\Omega_0 - k\omega_0) t +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{E}{4} \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4} \cos(\Omega_0 + k\omega_0) t$$



c) $x_{MA}(t) = [A_0 + 4\, x_2(t)] \cos \Omega_0 t$

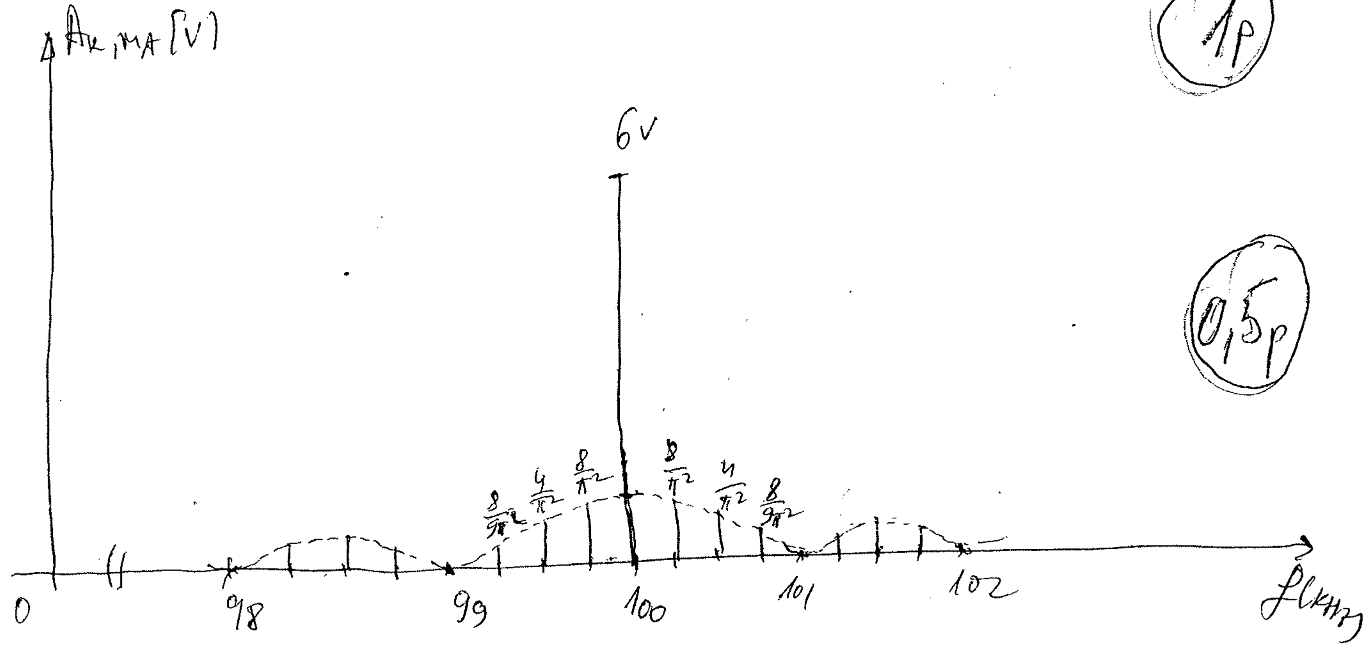


$$x_{MA}(t) = \left[A_0 + E + \sum_{k=1}^{\infty} 2E \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4} \cos k\omega_0 t\right] \cdot \cos \Omega_0 t =$$

$$= 6 \cos \Omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} 2E \operatorname{sinc}^2 \frac{k\pi}{4} \cos k\omega_0 t) \cos \Omega_0 t =$$

$$= 6\cos\Omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} E\,\mathrm{sinc}^2\frac{k\pi}{4}\cos(\Omega_0 - k\omega_0)t + \sum_{k=1}^{\infty} E\,\mathrm{sinc}^2\frac{k\pi}{4}\cos(\Omega_0 + k\omega_0)t$$

1p



0,5p

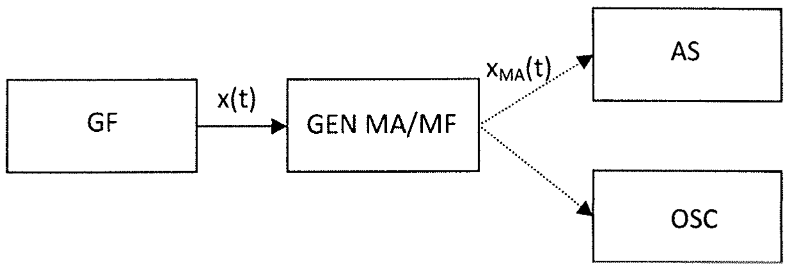
d) $$\eta = \frac{\frac{2}{R}\left[\left(\frac{8}{\sqrt{2}\pi^2}\right)^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{2}\pi^2}\right)^2 + \left(\frac{8}{9\pi^2\sqrt{2}}\right)^2\right]}{\frac{1}{R}\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\frac{1}{\pi^4}\left(64 + 16 + \frac{64}{81}\right)}{18} = 4,6\%$$

0,5p

Concursul Profesional "Tudor Tanasescu"

Faza *Martie 2009*, sectiunea SCS, proba practica

Schema bloc a platformei este prezentata in figura.



GF = generator de functii

GEN MA/MF = generator de semnal modulat MA cu purtator armonic (F_0 = 500kHz)

AS = analizor spectral

OSC = osciloscop

Se va genera, utilizand generatorul de functii, un semnal modulator x(t), de forma sinusoidala, frecventa 15kHz, valoare efectiva 1V, care moduleaza purtatoarea generatorului MA/MF, setat pe frecventa de 500kHz.

a) Vizualizati semnalul MA pe osciloscop pe 4 perioade ale semnalului modulator;
b) Determinati gradul de modulatie m, folosind forma de unda a semnalului modulator;
c) Validati rezultatul de la punctul b) in domeniul frecventa, utilizand analizorul de spectru sau osciloscopul.